11. Mehanika tekućina: statika

11.1. Tlak. Pascalov zakon. Hidrostatski tlak

Tvar može postojati u 3 agregatna stanja: čvrstom, tekućem i plinovitom. Čvrsta tijela zadržavaju određeni volumen i oblik zbog relativno jakih kohezionih sila među atomima. Tekućine poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze, ali teško mijenjaju svoj volumen. U plinovima su molekule relativno daleko mjedna od druge pa je plinove lako stlačiti i oni lako mijenjaju svoj volumen i poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze.

Tekućine i plinove nazivamo fluidima. To su tvari koje lako mijenjaju oblik, odnosno mogu teći.

Mehanika fluida ili hidromehanika se dijeli na:
- hidrostatiku – opisuje fluide u mirovanju
- hidrodinamiku – opisuje fluide u gibanju

11.1.1. Tlak

Čestice u fluidu djeluju jedna na drugu i djeluju na stijenke posude u kojoj se nalazi fluid. U fluidima u mirovanju sile su uvijek okomite na površinu s kojom je fluid u kontaktu.

Sile koje djeluju okomito na površinu zovemo **pritisnim silama**.

Tlak se definira kao omjer sile i površine na koju ta sila djeluje okomito: $p = \dfrac{F}{S}$

Ako sila nije jednaka u svim točkama površine *S*, tada nam gornji omjer daje srednju vrijednost tlaka, a tlak u određenoj točki se definira kao:

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}$$

Tlak je **skalarna veličina**. Možemo pisati i: $\mathrm{d}\vec{F} = p\mathrm{d}\vec{S}$, gdje je $\mathrm{d}\vec{S}$ vektor u smjeru normale na element površine d*S*.

U svakoj točki mirnog fluida tlak je isti u svim smjerovima.

Jedinica tlaka je **pascal**: $[p] = \dfrac{[F]}{[S]} = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$

Može se upotrebljavati i jedinica bar: 1 bar = 10^5 Pa

Fluidi lako mijenjaju oblik i poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze. Međutim, da bismo im promijenili volumen, potrebno je djelovati silom. Pri tom je plinove lako stlačiti. Stlačivost tekućina je vrlo malena i potrebne su velike sile da bi se opazila promjena volumena tekućine, pa tekućine smatramo nestlačivim.

Stlačivost fluida pri izotermnoj kompresiji definira se kao:

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}\right)_T$$

Budući je promjena volumena uvijek suprotnog predznaka od promjene tlaka, predznak minus čini stlačivost pozitivnom. Jedinica stlačivosti je Pa^{-1}.

No obično je promjena volumena tekućina s tlakom malena pa ćemo je većinom zanemariti.

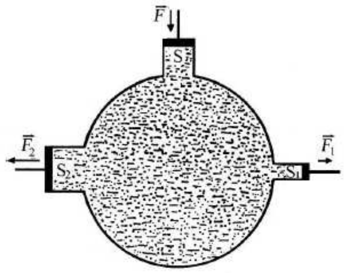
Za razliku od tekućina, plinovi lakše mijenjaju obujam. Pri izotermnoj kompresiji je umnožak volumena i tlaka konstantan (Boyle-Mariotteov zakon) i stlačivost plinova je

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}\right) = \frac{1}{p}$$

Često se zove i **koeficijent izotermne kompresibilnosti**.

11.1.2. Pascalov zakon

Djelujemo li na tekućinu u ravnoteži izvana nekom silom *F*, tada se taj vanjski tlak širi u tekućini jednako na sve strane.



SLIKA: HIDRAULIČKI TLAK – Kulišić – slika 10.1. str. 147

Npr. ako na posudu napunjenu vodom preko klipa površine *S* djelujemo vanjskom silom *F*, sila se fluidom prenosi u svim smjerovima tako da se tlak *p*, koji stvara vanjska sila, pojavljuje u svim točkama fluida pa vrijedi:

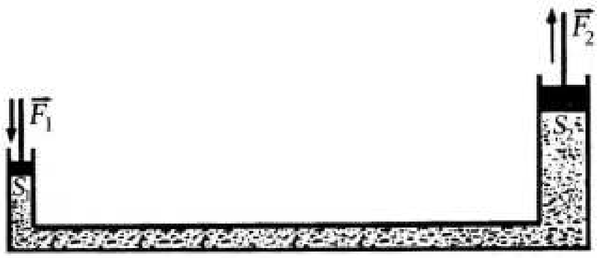
$$\frac{F}{S} = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = p$$

To je **Pascalov zakon za vanjski (ili hidraulički) tlak**: **U svakoj točki nestlačivog, mirnog fluida je tlak jednak.**

U razmatranjima nismo uzeli u obzir djelovanje sile teže na čestice fluida.

Primjer: hidraulički tijesak

Na tom principu se temelje hidraulički uređaji: tijesak (preša), kočnice, dizalice...



SLIKA: HIDRAULIČKI TIJESAK – Kulišić – slika 10.2. str. 148

Ako na klip manje površine S_1 djelujemo silom F_1, tlak F_1/S_1, prenosit će se jednako u svim smjerovima pa i na klip veće površine S_2 na drugom kraju tijeska (preše) pa je:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}, \qquad \text{odnosno:} \qquad F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1}$$

Budući je $S_2 > S_1$, bit će veća i sila F_2.
Rad koji izvrše te sile jednak je: $dW = F_1 \Delta s_1 = F_2 \Delta s_2 = p \Delta V$

Tako se hidrauličkim tijeskom (prešom) pomoću manjih sila dobivaju veće sile te je tijesak primjer mehaničkog stroja kojim se korisni rad, koji bi se bez stroja morao izvršiti velikom silom, može izvršiti manjom silom.

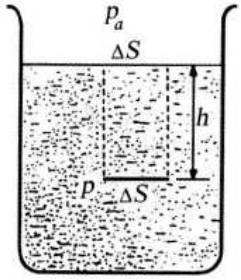
Sličan primjer je kod hidrauličke kočnice gdje se djelovanjem sile na papučicu hidrauličke kočnice preko klipa u glavnom cilindru automobila tlak prenosi na sve dijelove nestlačive tekućine pa tako i na klip cilindra u kotačima. Tako je kod kočnica Δs_1 reda veličine centimetra, a mala sila F_1 odgovara sili vozačeve noge. Pomak Δs_2 je reda veličine milimetra, a velika sila F_2 djeluje na kočione ploče i lako zaustavlja automobil.

11.1.3. Hidrostatski tlak

Na fluid djeluje i sila teža. To je volumna sila koja, za razliku od površinskih sila, djeluje na sve čestice fluida.

Tlak uzrokovan težinom samog fluida nazivamo **hidrostatskim tlakom**.

Na primjer, tlak na dno posude napunjene vodom uzrokuje težina stupca vode iznad dna. Zamislimo tekućinu u posudi kao na slici i izračunajmo koliki tlak djeluje na površinu ΔS na dubini h.



SLIKA: HIDROSTATSKI TLAK – Kulišić – slika 10.3. str.148

Neka je ta površina baza zamisljenog valjka unutar tekućine. Pretpostavimo da je gustoća konstantna, a tekućina nestlačiva. Na gornju bazu djeluje sila:

$$F_1 = p_a \Delta S$$

gdje je p_a **atmosferski tlak**.

Na donju bazu djeluje sila:

$$F_2 = p \Delta S$$

gdje je p tlak na mjestu gdje se nalazi površina ΔS na dubini h,

te težina stupca tekućine nad tom površinom:

$$G = \Delta m g = \rho g \Delta V = \rho g h \Delta S$$

Budući je zamišljeni volumen u ravnoteži, te se sile poništavaju:

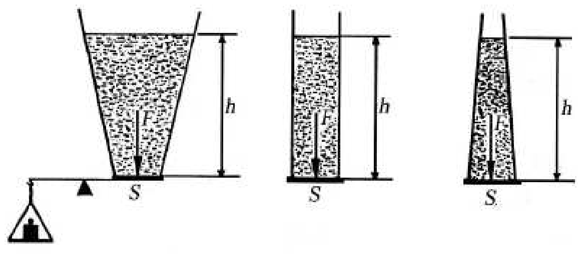
$$p\Delta S - p_a \Delta S - \rho g h \Delta S = 0$$

Odatle je ukupni tlak koji djeluje u svim točkama tekućine na dubini h:

$$p = p_a + \rho g h$$

Dio $\rho g h$ uzrokuje težina tekućine i zove se **hidrostatski tlak**.

Na slici je prikazan pokus kojim možemo pokazati da sila hidrostatskog tlaka na dno ovisi o površini dna ΔS i visini stupca vode h, a ne i o obliku posude.



SLIKA: HIDROSTATSKI PARADOKS: TLAK NA DNO POSUDE NE OVISI O OBLIKU POSUDE – Kulišić – slika 10.4. str. 149

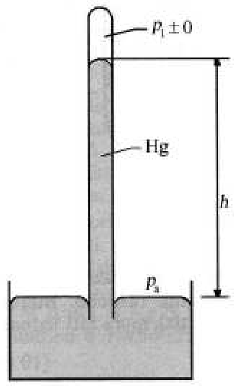
To je poznati **hidrostatski paradoks** koji zapravo i nije paradoks već posljedica zakona za hidrostatski tlak.

11.2. Atmosferski tlak. Torricelijev pokus.

Zemlja svojom privlačnom silom drži oko sebe zračni omotač, Zemljinu atmosferu. **Atmosferski tlak** nastaje zbog vlastite težine zračnog stupca iznad Zemljine površine.

Tlak zraka možemo izmjeriti pomoću Torricellijeva pokusa:

- staklenu cijev (epruvetu) duljine oko 1 m, zatvorenu na jednom kraju, ispunimo živom
- vrh joj zatvorimo, preokrenemo je i uronimo u posudu sa živom, te odčepimo
- živa će se u cijevi spustiti do određene visine *h* ovisne o vanjskom tlaku
- iznad žive u gornjem dijelu cijevi nema zraka, već imamo samo nešto živinih para i tlak je $p_1 \approx 0$
- na vanjsku površinu žive u posudi djeluje atmosferski tlak p_a



SLIKA: TORRICELLIJEV POKUS (ŽIVIN BAROMETAR) – Kulišić – slika 10.7. str.150

Hidrostatski tlak za točke u horizontalnoj ravnini koja prolazi površinom žive u posudi:

$$p_a = \rho g h + p_1 = \rho g h$$

ρ je gustoća žive, a *h* visina živina stupca.

Pri normiranom atmosferskom tlaku, koji iznosi 101325 Pa, visina stupca žive u živinu barometru je 0,76 m.

Budući je gustoća žive pri 0ºC jednaka $13{,}595 \cdot 10^3$ kg/m^3, iz zadnje relacije dobijemo:

$$p_a = \rho g h = 13{,}595 \cdot 10^3 \cdot 9{,}80665 \cdot 0{,}76 \frac{N}{m^2} = 101325 Pa$$

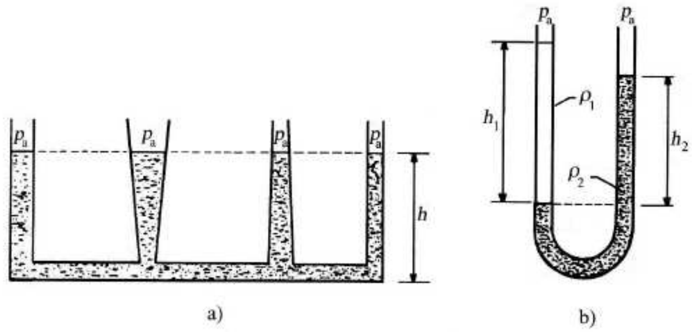
Kao rezultat Torricellijevog pokusa je napravljen mjerni instrument – **barometar**, koji mjeri tlak. Zbog toga se dugo koristila jedinica **„milimetri žive“** koja je danas zamijenjena pascalima. Osim jedinice bar koji se također i danas koristi, u uporabi je ostala i jedinica **atmosfera**, to jest:

1 atm = 101325 Pa

11.3. Pokusi s U-cijevima. Manometar. Barometarska formula

11.3.1. Pokusi s U-cijevima

U međusobno spojenim posudama razina tekućine u svim posudama nalazi se na istoj visini bez obzira na oblik posuda.



SLIKA: SPOJENE POSUDE – Kulišić – slika 10.5. str. 149

To izlazi iz činjenice da je hidrostatski tlak jednak u svim točkama na jednakoj dubini (pretpostavljamo da nema kapilarnih pojava).

Ako se u spojenim posudama nalaze dvije različite tekućine, gustoća ρ_1 i ρ_2, tada je razina tekućina različita. Budući da u svim točkama određenog horizontalnog presjeka ukupni tlak mora biti jednak, slijedi:

$$p_a + \rho_1 g h_1 = p_a + \rho_2 g h_2$$

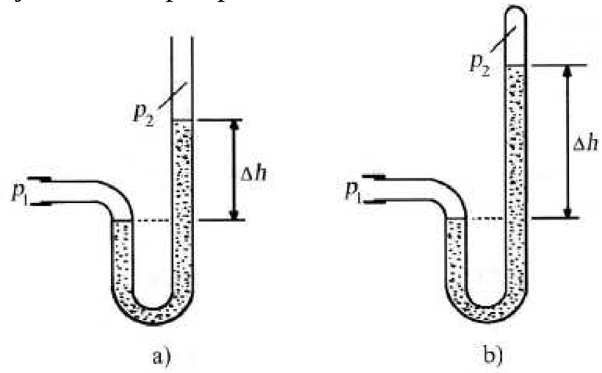
Ovdje su h_1 i h_2 visine stupca jedne i druge tekućine, mjerene od granice između njih.

Mjereći te dvije visine, ako znamo ρ_1, možemo odrediti nepoznatu gustoću:

$$\rho_2 = \rho_1 h_1 / h_2$$

11.3.2. Manometar

Na principu spojenih posuda rade uređaji za mjerenje tlaka, hidraulički manometri (tlakomjeri). Ako su vanjski tlakovi p_1 i p_2 različiti, razlika tekućine u obje posude je različita.



SLIKA: MANOMETRI – Kulišić – slika 10.6. str. 150

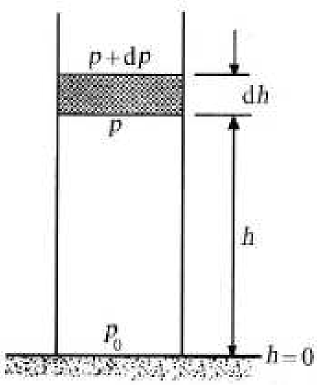
Primjenom zakon za hidrostatski tlak dobijemo:

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \rho g \Delta h$$

Mjerenjem razlike razina tekućine Δh može se mjeriti razlika tlaka Δp.

11.3.3. Barometarska formula

Atmosferski tlak se mijenja s nadmorskom visinom i pada po takozvanoj **barometarskoj formuli**.



SLIKA: UZ IZVOD BAROMETARSKE FORMULE – Kulišić – slika 10.8. str. 151

Neka je na visini *h* atmosferski tlak jednak *p*, a na visini *h*+d*h* tlak *p*+d*p*. Ako je d*h* pozitivan, tada je d*p* negativan jer tlak pada s visinom. Razlika u tlaku d*p* između ta dva sloja nastaje zbog težine stupca zraka presjeka 1 m^2 i visine d*h*, a iznosi:

$$dp = -\rho g dh$$

gdje je ρ gustoća zraka na toj visini.
Da bismo iz te jednadžbe odredili *p* kao funkciju *h*, moramo znati promjenu gustoće zraka s tlakom. Gustoća zraka funkcija je tlaka i temperature.

Pretpostavimo li da je atmosfera izotermna (*T* = konst), tada iz Boyle-Mariotteova zakona slijedi:

$$\rho(h) = \frac{\rho_0}{p_0} p(h)$$

Ovdje su p_0 i ρ_0 tlak i gustoća zraka na nadmorskoj visini *h* = 0.

$$dp = -\rho(h) g dh = -\frac{\rho_0}{p_0} p(h) g dh$$

Slijedi: $dh = -\dfrac{p_0 dp}{\rho_0 g p}$

Odnosno: $\int_0^h dh = -\frac{p_0}{\rho_0 g}\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p}$

Rješenje je: $p = p_0 \exp(-\rho_0 gh / p_0)$

Pri normiranoj temperaturi i tlaku (0ºC i 101325 Pa) gustoća zraka ρ_0 je 1,293 kg/m^3 pa zadnju formulu možemo pisati i u obliku:

$p = p_0 \exp(-h/7990)$

Ovdje *h* izražavamo u metrima i formula nam govori da približno svakih 8000 m tlak pada za faktor e (2,718).

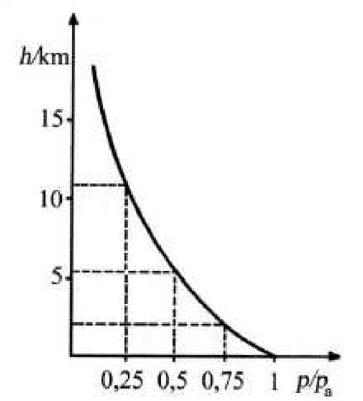
To **je barometarska formula** izvedena uz pretpostavku da je *g* = konst i da je veza tlaka i gustoće dana s $\rho(h) = \frac{\rho_0}{p_0} p(h)$.

Točniju formulu bismo dobili uzevši u obzir padanje temperature s visinom:

$p = p_0 (1 - \frac{0{,}0065h}{288})^{5{,}255}$

Ovdje je *h* nadmorska visina u metrima, a 288 K (15ºC) temperatura na nadmorskoj visini *h* = 0.

Ovisnost tlaka o visini za izotermnu atmosferu prikazana je na slici:

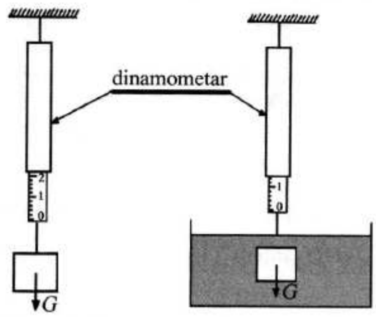


SLIKA: PROMJENA TLAKA S NADMORSKOM VISINOM U IZOTERMNOJ ATMOSFERI (BAROMETARSKA FORMULA) – Kulišić – slika 10.9. str. 152

11.4. Arhimedov zakon. Uzgon.

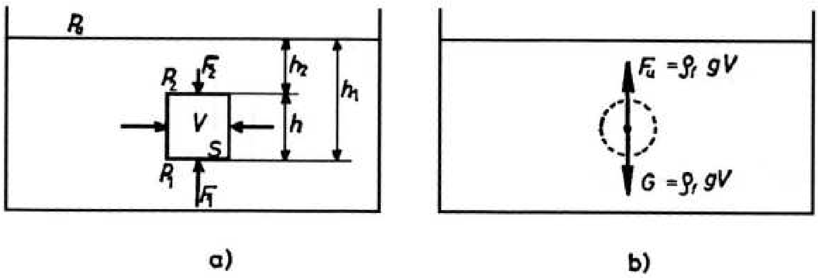
Kad je tijelo uronjeno u fluid (tekućinu ili plin), javlja se rezultantna sila prema gore kao posljedica hidrostatskog tlaka. Tu silu nazivamo **uzgonom**.

Ilustracija uzgona: kada tijelo koje visi na dinamometru uronimo u vodu, dinamometar pokazuje manje jer uzgon prividno smanjuje težinu tijela.



SLIKA: UZGON – Kulišić – slika 10.10. str. 152

Zamislimo tijelo volumena V uronjeno u fluid gustoće ρ_f kao na slici a).



SLIKA: UZ IZVOD FORMULE ZA UZGON – Kulišić – slika 10.11. str. 153

Radi jednostavnosti ćemo pretpostaviti da je tijelo oblika valjka ili kocke no svako tijelo, bilo kojeg oblika, možemo podijeliti na valjke ili kocke s dovoljno malim bazama tako da će dobiveni rezultat vrijediti općenito.

Sile pritiska, koje djeluju na bočne strane kocke, poništavaju se jer su na istoj horizontalnoj ravnini jednake po iznosu, a suprotnog smjera.

Na mjestu gdje je gornja baza tlak je: $p_2 = p_a + \rho g h_2$

Na donjoj bazi je tlak: $p_1 = p_a + \rho g h_1$

Sila na donju bazu je: $F_1 = p_1 S$

Sila na gornju bazu je: $F_2 = p_2 S$

S je površina baze.

Sila F_1 ima smjer prema gore, a sila F_2 ima smjer prema dolje.

Budući je hidrostatski tlak na nivou h_1 veći nego na nivou h_2, sila F_1 bit će veća nego sila F_2. Kao rezultat će se pojaviti sila prema gore zvana **uzgon**:

$$F_u = F_1 - F_2 = \rho_f g h_1 S - \rho_f g h_2 S = \rho_f V g = m_f g$$

Masa istisnutog fluida je m_f.

Isti rezultat možemo dobiti i na drugi način. Zamislimo dio fluida volumena V kao na slici b). Težina tog dijela tekućine djeluje prema dolje i iznosi:

$$G_f = \rho_f g V$$

Budući da tekućina miruje, tu težinu uravnotežuje druga sila, koja je jednaka po iznosu, ali je suprotnog smjera i ta sila je uzgon.

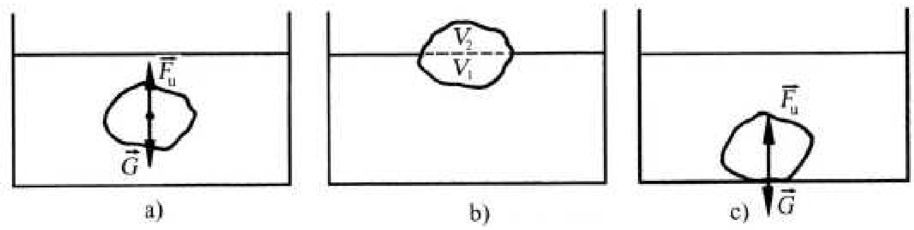
Uzgon na taj volumen tekućine je: $F_u = \rho_f g V$

Ako je umjesto tekućine na tom mjestu neko drugo tijelo istog oblika ili volumena, hidrostatski tlakovi i njihove sile se neće promijeniti pa će uzgon biti isti kao i prije:

$$F_u = \rho_f g V$$

Uzgon je sila koja djeluje vertikalno prema gore i po iznosu je jednak težini istisnutog fluida.

To je poznati **Arhimedov princip** (Arhimed, grčki matematičar, fizičar i izumitelj): **Težina tijela uronjenog u fluid smanjuje se za iznos težine istisnutog fluida.**



SLIKA: UVJET PLIVANJA – Kulišić – slika 10.12. str. 154

1) Tijelo lebdi u fluidu ako je težina tijela uravnotežena uzgonom (slika a). Ako je tijelo homogeno, tada uvjet lebdenja možemo pisati u obliku:

$\rho_f g V = \rho_{tijelo} g V$ Ili: $\rho_f = \rho_{tijelo}$

2) Ako je uzgon veći od težine, tijelo se ubrzano diže (Primjer toga je dizanje balona u zraku.) pa će tijelo uronjeno u tekućinu djelomično izroniti iz tekućine i plivati (slika b). Tijelo, koje pliva, bit će toliko uronjeno da će uzgon na uronjeni dio (volumen V_1) biti jednak ukupnoj težini tijela:

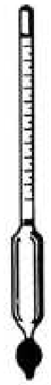
$G = \rho_f g V_1$

Za homogena tijela vrijedi: $\rho_{tijelo} g V = \rho_f g V_1$ Odnosno: $V_1 = \rho_{tijelo} V / \rho_f$

3) Ako je težine tijela veća od uzgona, tijelo se ubrzano giba prema dolje i tone (slika c).

AREOMETAR:

To je uređaj za mjerenje gustoće i osniva se na pojavi uzgona. To je staklena cijev otežana na donjem kraju, na kojoj se nalazi baždarena skala. Što je gustoća tekućine veća, to će areometar manje uroniti u tekućinu, te se uranjanjem areometra vertikalno u tekućinu može direktno očitati njezina gustoća.



SLIKA: AREOMETAR – Kulišić – slika 10.13. str. 154

- **Arhimed** iz Sirakuze (grč. *Arhimedes*, oko 287.-212. p. n. e.) je najveći fizičar i jedan od najvećih matematičara Starog vijeka.
- Hijeron – kruna od zlata
- odredio približnu vrijednost broja π
- pronašao zakone poluge, položio osnove hidrostatici

11.5. Površinska napetost.

11.5.1. Sile površinske napetosti. Koeficijent površinske napetosti

U čvrstom tijelu atomi su poredani u kristalnoj rešetki i ne mogu se slobodno translacijski gibati već samo titrati oko položaja ravnoteže. U plinovima atomi (ili molekule) nisu vezani jedan za drugog i gibaju se kaotično u posudi u kojoj se nalazi plin. U tekućini su molekule relativno blizu jedna drugoj što znači da nisu vezane jedna za drugu kao u čvrstom stanju i nisu slobodne kao u plinovima. Privlačne međumolekulske sile su dosta jake do određene udaljenosti, koju zovemo **radijus molekulskog djelovanja**, a onda naglo padnu na nulu.

Možemo smatrati da svaka molekula djeluje na sve ostale koje se nalaze unutar kugle koja ima radijus molekulskog djelovanja. Polumjer takve kugle je desetak puta veći od razmaka molekula u tekućinama.

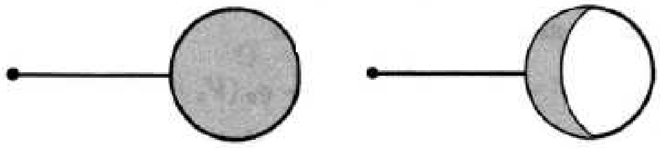
Međumolekulske sile među istovrsnim molekulama zovu se **kohezione sile**, a sile među molekulama različitih tvari zovu se **adhezione sile**.

Pojavu napetosti površine tekućina možemo objasniti navedenim svojstvima međumolekulskih sila.

Površina tekućina se ponaša kao rastegnuta ili napeta opna.

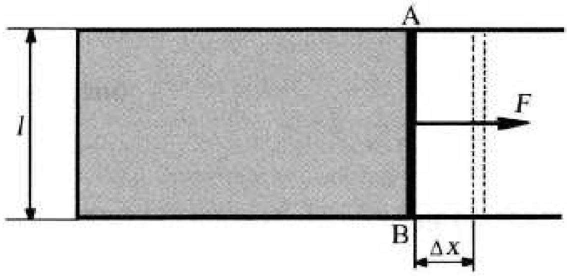
Primjeri:

1. Vidjeli smo da aluminijsku pločicu možemo položiti na površinu vode tako da na njoj pliva.
2. Kukci mogu trčati po površini vode.
3. Ako na kolut od žice, u kojem se nalazi končić, uhvatimo opnu od sapunice (slika) i probušimo je s jedne strane konca, preostali dio opne slegne se na najmanju površinu i konac dobije oblik kružnog luka.



SLIKA: NAPETOST POVRŠINE OPNE OD SAPUNICE – Kulišić – slika 10.14. str. 156

Da bismo odredili napetost površine, zamislimo pokus s pravokutnim okvirom od žice na kojem je opna od sapunice.



SLIKA: UZ DEFINICIJU KOEFICIJENTA POVRŠINSKE NAPETOSTI – Kulišić – slika 10.15. str. 156

Jedna stranica pravokutnika je pomična i nju će opna u svom nastojanju da smanji površinu povući. Kažemo da na stranicu AB djeluje **sila površinske napetosti**. Tu silu možemo uravnotežiti vanjskom silom *F* koja je po iznosu jednaka sili napetosti površine.

Da bismo povećali površinu opne, pomični dio AB djelovanjem sile *F* polako pomaknemo za Δx . Pri tom se izvrši rad:

$$\Delta W = F\Delta x$$

Budući da se opna sastoji od dvije površine između kojih je tanak sloj tekućine, povećanje površine je:

$$\Delta S = 2l\Delta x$$

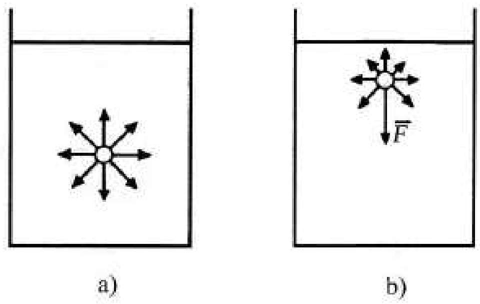
Koeficijent površinske napetosti σ se definira kao: $\sigma = \dfrac{\Delta W}{\Delta S}$

ΔW je rad potreban za povećanje površine ΔS .

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S} = \frac{F\Delta x}{2l\Delta x} = \frac{F}{2l}$$

Koeficijent površinske napetosti se definira pomoću rada potrebnog za povećanje površine ili pomoću sile površinske napetosti. Jedinica koeficijenta površinske napetosti je J/m^2 ili N/m.

U unutrašnjosti tekućine molekula je sa svih strana okružena drugim, susjednim molekulama s kojima međudjeluje tako da je rezultantna sila jednaka nula (slika a).



SLIKA: REZULTANTNA SILA NA MOLEKULU U UNUTRAŠNJOSTI (a) I NA POVRŠINI TEKUĆINE (b) – Kulišić – slika 10.16. str. 157

U površinskom sloju molekula nije sa svih strana okružena jednakim brojem molekula jer je unutar kugle polumjera *R* s donje strane veći broj molekula nego s gornje strane. Površinski sloj je debljine manje od radijusa međumolekulskog djelovanja *R*. Zato će na molekule na površini djelovati rezultantna sila *F* usmjerena prema unutrašnjosti tekućine (slika b).

Da bi se molekule iz unutrašnjosti dovele na površinu, potreban je određeni rad pa molekule na površini imaju veću potencijalnu energiju nego one u unutrašnjosti tekućine.

Da bi bio ispunjen uvjet ravnoteže, a to je minimum potencijalne energije, tekućina nastoji smanjiti slobodnu površinu i zato se javlja površinska napetost.

Povećanjem površine molekule se iz unutrašnjosti prenose na površinu i povećava im se potencijalna energija na račun izvršenog rada.

Koeficijent površinske napetosti ovisi o vrsti tekućine, temperaturi tekućine i sredstvu s kojim tekućina graniči.

TABLICA KOEFICIJENT POVRŠINSKE NAPETOSTI NEKIH TEKUĆINA KAD JE IZNAD POVRŠINE ZRAK – Kulišić – tablica 10.3. str. 157

Tekućina	Voda (20 °C)	Voda (100 °C)	Živa (20 °C)	Alkohol (20 °C)	Petrolej (20 °C)
σ/(N/m)	0,073	0,06	0,48	0,022	0,03

11.5.2. Eksperimentalno određivanje koeficijenta površinske napetosti

SLIKA: EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA POVRŠINSKE NAPETOSTI – Horvat – slika 8.19. str. 8-22

Izmjerimo težinu prstena očitavanjem dinamometra. Podižemo podlogu dok prsten ne „uhvati“ površinu vode. Zatim postupno spuštamo postolje dok se prsten ne odvoji od površine tekućine i tada očitamo silu na dinamometru. Mjerenjem opsega prstena i sile dobijemo koeficijent površinske napetosti.

11.5.3. Nadtlak zbog zakrivljenosti slobodnih i graničnih površina

U mjehuriću sapunice (ili mjehuriću zraka u vodi) tlak je veći od vanjskog tlaka za neki dodatni „nadtlak“ Δp. Laplaceova formula za razliku tlakova koja nastaje zbog zakrivljene površine:

$$p_{unutarnji} - p_{vanjski} = \Delta p = \sigma(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})$$

Ako je zakrivljena površina kuglasta, onda je $r_1 = r_2$ pa je Laplaceova formula:

$$p_{unutarnji} - p_{vanjski} = \Delta p = \sigma(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}) = \frac{2\sigma}{r}$$

Površinska napetost u mjehuriću nastoji stegnuti mjehurić sve dok se ne uspostavi ravnoteža zbog tlaka unutar mjehurića.

Da bi se povećao mjehurić s polumjera *r* na polumjer (*r* + d*r*), mora se izvršiti rad:

$$dW = 2\sigma dS = 2\sigma 8r\pi dr$$

Uzima se faktor 2 jer mjehurić ima 2 površine, a površina je dana s: $S = 4r^2\pi$

Slijedi: $dS = 8r\pi dr$

Unutar mjehurića je nadtlak Δp i sila koja zbog toga djeluje na unutrašnju površinu mjehurića je ΔpS.

Pri povećanju mjehurića rad te sile je: $dW = \Delta pSdr = \Delta p4r^2\pi dr$

Izjednačavanjem $dW = 2\sigma dS = 2\sigma 8r\pi dr$ i $dW = \Delta pSdr = \Delta p4r^2\pi dr$ dobijemo nadtlak u mjehuriću sapunice:

$$2\sigma 8r\pi dr = \Delta p4r^2\pi dr$$

$$\Delta p = 4\sigma / r$$

Nadtlak u mjehuriću sapunice proporcionalan je površinskoj napetosti, a obrnuto proporcionalan polumjeru mjehurića. To je poseban oblik Laplaceove formule za tlak ispod zakrivljene površine tekućine.

Ako dva mjehurića sapunice međusobno spojimo staklenom cijevi, tada će zrak iz manjeg mjehurića prelaziti u veći tako da će se manji mjehurić još više smanjivati, a veći će rasti dok manji ne nestane. Zadnja formula je izvedena za mjehurić s dvije površine.

U slučaju mjehurića zraka u tekućini ili kapljice tekućine dodatni je tlak unutar takve jednostruke sferne površine:

$$\Delta p = 2\sigma / r$$

11.6. Kapilarne pojave

Promatrat ćemo pojave na granici tekućine i čvrstog tijela (npr. stijenke posude).

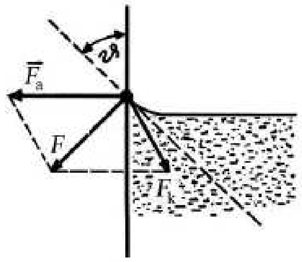
Između molekula tekućine i molekula materijala stijenke posude djeluju međumolekulske sile pa ponašanje tekućine uz stijenku posude ovisi o odnosu kohezionih i adhezionih sila, F_K i F_A.

Kohezija je sila koja se javlja između istovrsnih molekula i koja tekućinu onemogućava da se slobodno proširi po prostoru (kao plin). Kohezija djeluje „prema fluidu“ i ne da stijenki da privuče fluid.

Adhezija je sila koja se javlja između različitih molekula i ima horizontalni smjer. Rezultanta sila okomita je na zakrivljenu površinu, odnosno s vertikalnom stijenkom zatvara kut (θ + 90º).

Površina tekućine postavlja se okomito na rezultantu svih tih međumolekulskih sila.

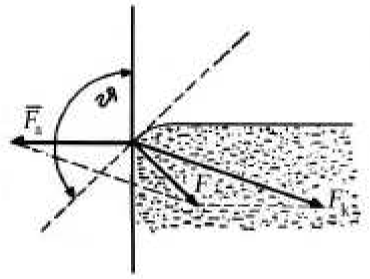
Ako su adhezione sile veće od kohezionih sila (kao na primjer na granici voda-staklo), površina tekućine poprima konkavni oblik i kažemo da tekućina kvasi stijenke posude.



SLIKA: TEKUĆINA KVASI STIJENKU POSUDE – Kulišić – slika 10.17. str. 158

$F_K < F_A$

Ako su kohezione sile veće od adhezionih sila (kao na primjer na granici živa-staklo), površina tekućine poprima konveksni oblik i ne kvasi stijenku posude.



SLIKA: TEKUĆINA NE KVASI STIJENKU POSUDE – Kulišić – slika 10.18. str. 158

$F_K > F_A$

Kut što ga zatvara stijenka posude i tangenta na površinu tekućine zove se **okrajnji kut**.

Ako je θ < 90º, tekućina kvasi stijenku posude.
Ako je 90º < θ < 180º, tekućina ne kvasi stijenku posude.

TABLICA: VRIJEDNOST ZA OKRAJNJI KUT IZMEĐU STIJENKE POSUDE I NEKIH TEKUĆINA – Kulišić – tablica 10.4. str. 158

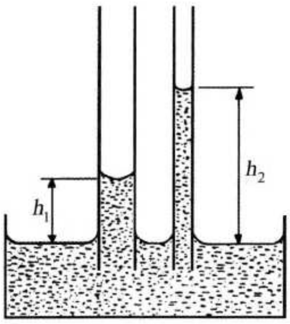
Sistem	Okrajni kut
Alkohol—staklo	0°
Voda—staklo	0°
Živa—staklo	140°
Voda—parafin	109°

Ako na čistu podlogu (metalnu ili staklenu pločicu) kapnemo kap neke tekućine, oblik kapi ovisit će o površinskoj napetosti za granicu čvrsto tijelo-tekućina, tekućina-plin i čvrsto tijelo-plin, odnosno o okrajnjem kutu koji je funkcija tih površinskih napetosti.

Primjer:

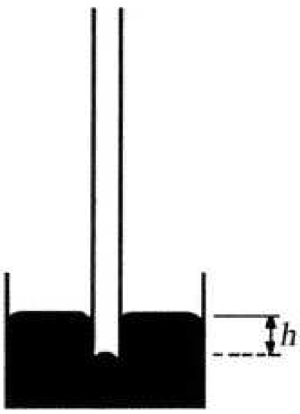
- kapljica žive bit će gotovo sferna
- petrolej će teći preko površine ne formirajući kapljice

Ako usku cjevčicu (kapilaru) uronimo u posudu s vodom (slika), opazit ćemo da će se voda u njoj podići do neke visine *h* (koja ovisi o polumjeru kapilare i o vrsti tekućine) i da će meniskus vode u kapilari biti konkavan. Slično vrijedi i za ostale tekućine koje kvase stijenku kapilare. To je **kapilarna elevacija**.



SLIKA: KAPILARNA ELEVACIJA – Kulišić – slika 10.19. str. 159

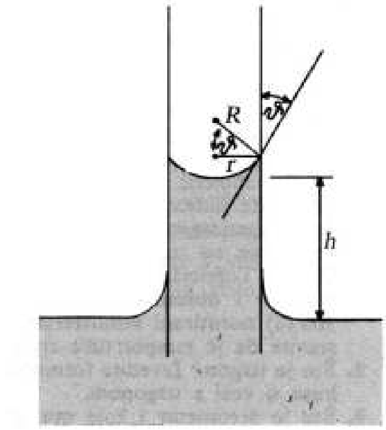
Razina žive u staklenoj kapilari niža je od razine žive u širokoj posudi i meniskus žive je konveksan. To je **kapilarna depresija**.



SLIKA: KAPILARNA DEPRESIJA – Kulišić – slika 10.20. str. 159

Kapilarna elevacija i depresija posljedica su napetosti površine.

Izračunat ćemo visinu tekućine u kapilari u slučaju kapilarne elevacije. Slično razmatranje za kapilarnu depresiju bi dovelo do istog rezultata.



SLIKA: VISINA STUPCA TEKUĆINE U KAPILARI – Kulišić – slika 10.21. str. 159

Zbog konkavnog meniskusa tekućine u kapilari tlak ispod meniskusa manji je nego atmosferski tlak iznad.

Tekućina se podiže sve dok se ta razlika tlaka Δp ne izjednači s hidrostatskim tlakom, koji je uzrokovan težinom stupca tekućine u kapilari:

$$\Delta p = \rho g h$$

Budući je $\Delta p = 2\sigma / R$ uz R kao polumjer meniskusa,

$\Delta p = 2\sigma \cos\theta / r$,

uz $r = R\cos\theta$ kao polumjer kapilare, θ okrajnji kut, σ površinska napetost,

slijedi: $\Delta p = 2\sigma \cos\theta / r = \rho g h$

Odnosno: $h = \dfrac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$

Isti rezultat dobijemo ako vertikalnu komponentu površinske napetosti, koja podiže tekućinu u kapilari, izjednačimo s težinom stupca tekućine.

Sila zbog površinske napetosti na graničnoj liniji (kružnici) između površine tekućine i posude je: $\sigma l = \sigma 2r\pi$

$2r\pi$ je opseg te kružnice. $\sigma 2r\pi\cos\theta$ je njena vertikalna komponenta (vertikalna komponenta sile). Težina stupca tekućine je: $r^2\pi h\rho g$. Vertikalna komponenta sile površinske napetosti podiže tekućinu u kapilari sve dok težina stupca tekućine ne postane jednaka toj sili:

$2r\pi\sigma\cos\theta = r^2\pi h\rho g$

Slijedi: $h = \dfrac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$